http://myfj.cnjournals.com myfj\_sadri@comac.cc (021)20866796

DOI: 10.19416/j. cnki. 1674 - 9804. 2020. 01. 018

# 含表面裂纹的复合材料层压板剩余强度的 工程算法

唐既尧 关志东\*

(北京航空航天大学航空科学与工程学院,北京100191)

#### 摘 要:

表面裂纹可导致复合材料层压板的强度降低,针对一些对裂纹敏感的复合材料关键部件有必要计算裂纹对层压板剩余 强度的影响。传统预测层压板剩余强度的方法均与层压板具体铺层方向有关,通过研究具有表面裂纹的碳纤维/环氧 树脂层压板的剩余强度特性,提出了一种与铺层方向无关的预测层压板剩余强度的工程算法。首先,利用裂纹几何参 数以及层压板相关力学性能参数对剩余强度进行快速估计,再基于内聚力单元建立含表面裂纹的复合材料层压板的有 限元模型,通过对含表面裂纹的层压板的渐进损伤过程进行描述,研究了裂纹深度和长度对剩余强度的影响,验证了工 程算法的合理性。

关键词:复合材料层压板;剩余强度;表面裂纹;预测;工程算法中图分类号:V214.3文献标识码:A

# 0 引言

复合材料层压板具有比强度和比刚度高、抗疲 劳及耐腐蚀等优点,被广泛用于现代航空器和航天 器结构中<sup>[1]</sup>。民机结构为减重使用了大量复合材 料,探明含裂纹复合材料结构剩余强度对民机使用 安全具有重要意义;复合材料层压板结构表面细微 裂纹缺陷对承压容器的影响也不容忽视,表面缺陷 是导致复合材料压力容器失效的主要原因之一<sup>[2]</sup>。 通过对带裂纹复合材料层压板的剩余强度进行预 测,能够指导复合材料压力容器的生产和运输过程, 保证其在服役期间的安全性。

目前,针对复合材料结构剩余强度的分析方法 主要有断裂力学准则,净截面失效准则,裂纹张开 角/位移准则,塑性区连通准则和J积分准则等<sup>[3]</sup>。 近年来,含裂纹复合材料结构剩余强度的研究以有 限元仿真为主,多位学者<sup>[4-6]</sup>结合理论与仿真的方 式对疲劳载荷下的复合材料剩余强度进行了综合性研究,但均缺乏工程应用算法的推导。郭崇志等<sup>[7]</sup>研究了不同深度的缺陷对纤维缠绕气瓶爆破压力的影响;Bermejo等<sup>[8]</sup>通过仿真研究了不同层厚比的层压板的剩余强度;通过对传统 Feddersen 方法<sup>[9]</sup>进行简化和总结,李亚智等<sup>[10]</sup>给出了勾质材料有限宽度薄板含裂纹结构剩余强度估算方法,但并未对

OSID ·

目前,工程应用中亟需一种剩余强度预测方法 对带表面裂纹复合材料层压板的剩余强度进行快速 评估,实现对层压板结构在生产中容许裂纹尺寸进 行界定。Yao等<sup>[11]</sup>采用焦散线方法研究了单向板 铺层方向对裂纹尖端应力强度因子(Stress Intensity Factor,以下简称 SIF)的影响,结果表明不同铺层方 向单向板的裂纹尖端 SIF 具有一定的相似性,为提 出对任意铺层均适用的剩余强度的工程算法提供了 理论依据。传统断裂力学方法推导剩余强度存在三

复合材料作进一步推论。

<sup>\*</sup> 通信作者. E-mail: zdguan@ buaa. edu. cn

**引用格式:**唐既尧,关志东.含表面裂纹的复合材料层压板剩余强度的工程算法[J].民用飞机设计与研究,2020(1):106-112. TANG J Y, GUAN Z D. Engineering algorithm of residual strength for cracked composite laminates[J]. Civil Aircraft Design and Research,2020(1):106-112(in Chinese).

维裂纹 SIF 难解的问题,罗祖道<sup>[12]</sup>和 Levy 等<sup>[13]</sup>分 别给出了三维裂纹 SIF 的不同形式的数值解:陈康 等[14]构造出一种梯度扩展元研究了材料参数对裂 纹尖端 SIF 的影响规律。由于复合材料层压板不同 铺层内应力存在差异,因此上述方法在预测层压板 剩余强度时需对各铺层分别进行计算,计算量大目 操作复杂。Poe<sup>[15]</sup>通讨对断裂韧性与带穿透裂纹层 压板的裂纹几何形状之间的关系进行研究,建立了 与铺层方向无关的广义断裂韧性理论,并用点应变 准则对层压板断裂行为进行了初步的评估,但其理 论仅适用于含穿透裂纹的层压板。结合断裂力学和 点应变准则。本文针对与铺层方向无关的广义断裂 韧性理论进一步提出任意铺层方向的含表面裂纹层 压板剩余强度工程算法,利用 ABAQUS 进行有限元 仿真,通过对比验证了算法的可靠性,结果表明该方 法同时适用于穿透裂纹与半穿透裂纹,可便捷迅速 地预测剩余强度,对实际工程应用具有一定的指导 意义。

## 1 预测公式理论背景

### 1.1 表面裂纹规范化表征

实际的表面裂纹多为不规则形状,参考 GB/T 19624-2004 标准<sup>[16]</sup>将其规范为椭圆形、圆形、半椭 圆形或矩形。矩形裂纹前缘只沿试件厚度和宽度两 个方向,其裂纹尖端引力强度因子等效于二维形式, 本文仅对矩形表面裂纹的情形做出分析,含其他裂 纹形状的试件亦可用本公式预测但误差比矩形的情 形稍大。

#### 1.2 理论假设

1)假设层压板铺层厚度相等,将层压板的每一 层视为各向异性均质材料。由于单层厚度小,可近 似认为层压板刚度与其厚度方向尺寸成正比。特别 地,由于90°铺层对其相邻铺层基体开裂行为造成 明显加剧<sup>[17]</sup>,因此针对层压板是否含有90°层应分 别采用不同的系数进行计算。

2) 假设层压板拉伸破坏形式以中部断裂为主, 无明显分层破坏, 无大量基体劈裂。大量实验数 据<sup>[15]</sup>表明广义断裂韧度 *Q<sub>c</sub>* 仅和单层压板纤维极限 拉伸应变相关。Poe 理论无视铺层方向的原理在于 用与铺层方向无关的 *Q<sub>c</sub>* 等效复合材料层压板断裂 韧度 *K<sub>1c</sub>*, 而基体劈裂会使裂纹尖端应力集中程度 显著下降致使 *K<sub>1c</sub>提高*,导致公式不再适用。

#### 1.3 理论推导

对于含穿透裂纹的复合材料层压板,其裂纹前 缘应力强度因子实质等效于二维形式,公式表述 如下:

$$K_{\varrho} = S_c \left[ \pi (a + l_c) \sec \frac{\pi a}{\omega} \right]^{\frac{1}{2}}$$
(1)

$$K_{Qe} = S_C \left[ \pi a \sec \frac{\pi a}{\omega} \right]^{\frac{1}{2}}$$
(2)

 $K_{q}$ 、 $K_{qe}$ 为裂纹扩展前后的应力集中因子, $S_{c}$  是 受损层压板的拉伸断裂应力, $\sigma_{c}$ 为无损层压板的拉 伸极限应力,a 为裂纹长度的一半, $l_{c}$ 为断裂时裂纹 扩展长度,w 为试件的宽度, sec  $\frac{\pi a}{w}$ 是有限宽度修正 因子。当裂纹长度为0,即a=0,这时显然 $S_{c}=\sigma_{c}$ , 代入(1)式有:

$$l_c = \frac{1}{\pi} \left[ \frac{K_0}{\sigma_c} \right]^2 \tag{3}$$

将(3)式代入(1)式有:

$$K_{Q} = K_{Qe} \left[ 1 - \frac{K_{Qe}^{2}}{\pi a \sigma_{c}^{2}} \right]^{\left(-\frac{1}{2}\right)}$$
(4)

只考虑 I 型裂纹,裂纹尖端纤维受平面应力作 用,其应变 ε<sub>1</sub>可写为:

$$\varepsilon_1 = \frac{Q_c}{\sqrt{2\pi r}} + A_0 + A_1 r^{\frac{1}{2}} + A_2 r^{\frac{3}{2}} + \dots$$
 (5)

 $Q_c$ 为广义断裂韧度,r为与裂纹尖端距离, $A_i$ 为待定系数, $Q_c$ 与 $K_o$ 有如下关系:

$$Q_c = \frac{K_Q \xi}{E_y} \tag{6}$$

*ξ* 是一个只和材料模量、泊松比和主承载纤维 与载荷夹角有关的系数,*ξ* 与铺层方向无关。

$$\xi = \left(1 - \nu_{yx} \sqrt{\frac{E_x}{E_y}}\right) \left(\sqrt{\frac{E_y}{E_x}} \sin^2 a + \cos^2 a\right)$$
(7)

 $v_{yx}$ 为泊松比, $E_{x}$ 、 $E_{y}$ 为弹性模量,a为损伤层内 主承载纤维与载荷夹角。

以点应变准则作为失效准则,取应力集中区前 端距离 d<sub>0</sub>处作为一个特征点,仅保留式(5)中第一 项,则可以导出:

$$\varepsilon_{lc} = \frac{Q_c}{\sqrt{2\pi d_0}} \tag{8}$$

上式  $\varepsilon_{1c}$ 为纤维拉伸极限应变,当层压板不含 90°(垂直于载荷方向)铺层时, $d_0$  一般取 0.36 mm; 当层压板包含 90°铺层时, $d_0$  取 3.6 mm 左右。 由此推出带穿透矩形裂纹的复合材料层压板剩 余强度预测公式为:

$$S_{c} = \sigma_{c} \left( \sec \frac{\pi a}{\omega} \right)^{\left(-\frac{1}{2}\right)} \left[ 1 + \pi a \left( \frac{\xi}{\sqrt{2\pi d_{0}} \varepsilon_{l_{c}} E_{y}} \right) \right] (9)$$

考虑半穿透裂纹的情形,假设在宽度为w,厚度 为T的试件表面出现长度为2a,深度为b的矩形细 裂纹。将试件沿厚度方向分为含裂纹I部分与无裂 纹II部分如图1所示,把层压板各铺层视为各向异 性匀质材料,考虑极限的情况,假设I部分与II部分 完全分离,当施加拉伸载荷时,I部分与II部分构成 一个静不定结构整体受载,整个试件受到垂直于裂 纹的X<sub>2</sub>方向拉伸载荷作用,此时极限强度为S',载 荷分配与其各自的刚度成反比,由于微小裂纹对I 部分的刚度影响很小,I部分和II部分的刚度与其 各自厚度方向尺寸成正比,因此I部分与II部分载 荷分配与其各自厚度成反比,由此算出此时剩余强 度预测值为:

$$S = \frac{b\sigma_c}{T} \left(\sec\frac{\pi a}{\omega}\right)^{\left(-\frac{1}{2}\right)} \left[1 + \pi a \left(\frac{\xi\sigma_c}{\sqrt{2\pi d_0}\varepsilon_l E_y}\right)^2\right]^{\left(-\frac{1}{2}\right)} + \frac{T - b}{T}\sigma_c$$
(10)

在将试件分离的假设条件下,I部分与II部分 之间没有作用力,相当于整个层压板自带分层缺 陷,这使 S'比起实际剩余强度有变小的趋势;而将 试件整体分离的假设实质也切断了裂纹的扩展路 径,这使 S'比起实际剩余强度有变大的趋势,S'最 后的误差将由上述两种偏差叠加抵消决定。由本 文所选取试件的有限元仿真结果来看,预测值比 仿真值稍大,裂纹的扩展路径被切断带来的偏差 占优。



图1 带矩形表面裂纹复合材料层压板试件示意图

# 2 有限元验证与分析

#### 2.1 验证思路

当裂纹长度为零或深度为零时,式(10)均退化 为试件无损拉伸强度,显然成立;当裂纹深度为层合 板厚度即完全贯穿时,式(10)退化为广义韧度理 论,Poe 在其文献[15]中已用大量试验证明其正确 性。本文采用有限元仿真的方式主要验证介于二者 中间情形的公式的适用性。

#### 2.2 建立有限元模型

根据文献的实验数据<sup>[19]</sup>,使用 ABAQUS 软件 建立相应的有限元模型,文献实验使用热压法制备 复合材料层压板试件,试件材料为 T700/3234,尺寸 为 250 mm × 25 mm × 1.68 mm,铺层顺序为 (0/90/0)<sub>4</sub>, 单层厚度 0.14 mm,共一组 5 个试件。实验拉伸平 均极限强度为 1 140 Mpa。具体材料力学性能见 表 1。

表1 T700/3234 力学性能

山中	<i>E</i> /GPa	$E_{22} = E_{33} / \text{GPa}$	$v_{12} = v_{23}$	$v_{23}$	$G_{12} = \mathrm{G}_{23}/\mathrm{GPa}$	<i>G</i> <sub>23</sub> /GPa
刚皮	128	8.7	0.32	0.3	4.0	4.0
羽座	$X_T$ /GPa	$X_c$ /GPa	$Y_T = Z_T / MPa$	$Y_c = Z_c / MPa$	$S_{12} = S_{13} / \text{MPa}$	S <sub>23</sub> /MPa
浊皮	2.093	0.87	50	198	104	86

采用 ABAQUS/Explicit 方法并编写 VUSDFLD 材 料子程序定义材料拉伸损伤失效行为,采用 Tsai-Wu 张量准则作为材料失效行为的判定准则<sup>[20]</sup>,对层压 板拉伸失效过程进行渐进损伤分析。单元失效后材 料刚度折减系数由表 2 给出,单元发生某种失效后, 材料弹性性能折减为对应折减系数和原数值的乘积。 使用内聚力单元模拟材料的预制裂纹,将试件 从中间分为两部分,然后将内聚力填充在两部分之 间用来预制初始裂纹以及模拟裂纹的扩展情况,如 图2所示,中间红色线条为一层内聚力单元。由于 试件主要损伤区域位于试件中部,因此单元在中部 密集,边缘稀疏。

表 2 Tsai-Wu 张量准则材料刚度折减系数										
牛站取一	刚度折减系数									
天效形式 -	$E_{11}{}^{ m d}$	$E_{22}{}^{ m d}$	$E_{33}{}^{ m d}$	$oldsymbol{v}_{12}{}^{\mathrm{d}}$	$oldsymbol{v}_{13}{}^{\mathrm{d}}$	$oldsymbol{ u}_{23}{}^{ m d}$	$G_{12}{}^{ m d}$	$G_{13}{}^{ m d}$	$G_{23}{}^{ m d}$	
1方向拉伸/压缩损伤	0.0001	0.0001	0.0001	0.01	0.01	0.01	0.0001	0.0001	0.0001	
2 方向拉伸/压缩损伤	1	0.01	1	0.01	1	0.01	0.01	0.01	1	
3 方向拉伸/压缩损伤	1	1	0.01	1	0.01	0.01	0.01	0.01	1	
1-2方向剪切损伤	1	0.01	1	0.01	1	0.01	0.01	1	1	
1-3方向剪切损伤	1	1	0.01	1	0.01	0.01	1	0.01	1	
2-3方向剪切损伤	1	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	





#### 2.3 模型分组情况

模型分为对照组、深度组和长度组,通过研究不 同长度和不同深度的裂纹对试件剩余强度的影响以 验证预测公式的正确性与适用性。

对于深度组,模型预制缺陷长度选为5 mm,深 度分别为0 mm、0.42 mm、0.84 mm、1.26 mm、 1.64 mm,其中0 mm(无裂纹)作为与文献实验结果 的对照组,用于验证模型的正确性。不同预制裂纹 深度的内聚力层建模情况如图 3 所示。对于长度 组,模型预制裂纹深度选为0.84 mm,长度分别为 2.5 mm, 5 mm, 10 mm, 15 mm, 20 mm, 25 mm, 不同预制裂纹深度的内聚力层建模情况如图 4 所示。



(左一为对照组,其余为深度组)





#### 2.4 有限元结果分析

图 5 为对照组有限元仿真结果。文献中试件实 验破坏形式为中部断裂,无明显分层破坏,对于无损 情形的有限元仿真结果为 1131.6 MPa 和实验结果 1140 MPa 相比误差为 2.1%, 仿真结果的试件破坏 形式和文献实验结果吻合。含裂纹试件的破坏形式 和对照组一致,均是从中部断裂,无明显分层破坏。 以深度组0.84 mm 试件为例,其裂纹扩展过程如图 6 所示,初始裂纹处有明显应力集中现象,裂纹由初 始裂纹处不断向边缘扩展最终导致失效。



图 5 对照组仿真破坏情况





由文献试件实验拉伸极限强度(1140 MPa) 以及其他相关参数(见2.1小节)按照式(10)计算 出带有不同深度和长度裂纹的层压板拉伸极限 强度。

表3和表4分别列出了深度组和长度组剩余强 度理论预测值和有限元仿真结果。由图7可看出, 在裂纹较短(不超过试件宽度的20%)的情况下,随 着裂纹深度的增长,层压板拉伸剩余强度的预测值 几乎呈线性逐渐减小,深度组的理论预测结果和仿 真结果趋势一致但比仿真结果略高(误差分析见 1.3小节),最大误差不超过6.1%。从公式预测 结果来看,在裂纹长度为试件宽度的五分之一时, 裂纹每穿透四分之一板厚,强度平均下降2.8%左 右,有限元仿真结果为3.2%,二者基本一致。由 图 8 可知,随着裂纹长度变大,试件剩余强度预测 值与仿真值均呈变小的趋势, 月裂纹长度越长, 剩 余强度减小越快。长度组在裂纹长度不超过试件 总长80%的预测结果和仿真结果吻合较好.最大 误差不超过6.0%,当裂纹长度超过试件总长80% 后,预测值和仿真值出现明显偏差,预测公式不再 适用。

表 3 深度组剩余强度理论预测值和有限元仿真结果

裂纹深度/mm	0	0.42	0.84	1.26	1.64
理论预测结果/MPa	1 140	1 108	1 075	1 043	1 014
仿真结果/MPa	1 117	1 059	1 015	979	972
误差/%	2.0	4.4	5.6	6.1	4.1

表4 长度组剩余强度理论预测值和有限元仿真结果

裂纹长度/mm	2.5	5	10	15	20	25
理论预测结果/MPa	1 109	1 075	1 001	913	804	570
仿真结果/MPa	1 086	1 015	992	858	782	654
误差/%	2.1	5.6	0.9	6.0	2.7	14.7

以上误差均为对有限元仿真结果预测的误差, 工程算法实际预测误差应叠加上有限元仿真结果与 实验结果的误差,叠加后误差应大于6.1%。



图 7 深度组剩余强度理论预测和仿真结果对比



图 8 长度组剩余强度理论预测和仿真结果对比

# 3 结论

1)提出了一种与复合材料层压板铺层方向无 关的工程算法,能够对含表面裂纹的层压板拉伸剩 余强度进行快速预测,预测结果与有限元仿真结果 吻合较好,最大误差不超过6.1%。

2) 对含表面裂纹的 T700-3234 复合材料层压板 拉伸试验进行了有限元仿真,通过仿真结果发现,对 于不同深度的裂纹,预测结果和仿真结果吻合较好。 在裂纹较短(不超过试件宽度的 20%)的情况下,随 着裂纹深度的增长,层压板拉伸剩余强度的预测值 几乎呈线性逐渐减小;在裂纹长度为试件宽度五分 之一时,裂纹每穿透四分之一板厚,强度平均下降 3.2%左右,与用公式预测的 2.8%基本一致;对于 不同长度的裂纹,随着裂纹长度增大,层压板剩余强 度呈现非线性下降,且裂纹越长下降越快;当裂纹不 超过试件总长的 80%时,公式预测值与仿真值吻合 较好,当裂纹超过 80% 试件总长时,预测结果出现 明显偏差。

3)本文误差均为对有限元仿真结果预测的 误差,工程算法实际预测误差应叠加上有限元仿 真结果与实验结果的误差,叠加后误差应大于 6.1%。

#### 参考文献:

- [1] 马立敏,张嘉振,岳广全,等.复合材料在新一代大型民用飞机中的应用[J].复合材料学报,2015,32
   (2):317-322.
- [2] 赵国藩,金伟良,贡金鑫.结构可靠度理论[M].北 京:中国建筑工业出版社,2000.
- [3] 白国娟. 基于裂纹张开角准则多裂纹结构剩余强度 研究[D]. 上海交通大学, 2012.
- [4] 顾怡,姚卫星.疲劳加载下纤维复合材料的剩余强度[J].复合材料学报,1999(03):99-103.
- [5] 朱元林,温卫东,刘礼华,等.单向碳/碳复合材料拉
   -拉疲劳寿命及剩余强度预测模型[J].复合材料学
   报,2018,35(08):2293-2301.
- [6] 慕文龙,那景新,秦国锋,等.交变载荷对 CFRP 复 合材料-铝合金粘接接头剩余强度的影响[J].复合 材料学报,2019,36(05):1124-1131.
- [7] 郭崇志,甘平燕,付小立.复合材料缠绕层缺陷深度 对 CNG-2 气瓶强度影响的研究[J].压力容器, 2013,30(03):5-14.
- [8] BERMEJO R, TORRES Y, SANCHEZ-HERENCIAA J, et al. Residual stresses, strength and toughness of laminates with different layer thickness ratios[J]. Acta Materialia, 2006, 54(18):4745-4757.

- [9] FEDDERSEN C E. Evaluation and Prediction of the Residual Strength of Center Cracked Tension Panels [J].
   ASTM International, 1971: 50-78.
- [10] 李亚智,黄其青,傅祥炯,等.含裂纹结构剩余强度的一种估算方法[J].机械强度,2003(01): 71-75.
- [11] YAO X F, MENG L B, YEH H Y. Influence of material orientation on crack tip stress singularity in orthotropic composites [J]. Modelling and Simulation in Materials Science and Engineering, 2005, 13(7):1047-1056.
- [12] 罗祖道. 三维裂纹应力强度因子的一个近似计算方法[J]. 上海交通大学学报, 1979(02): 19-34.
- [13] LEVY N, RICE J R. The part-through surface crack in an elastic plate [J]. Journal of Applied Mechanics, 1972, 39(1):185-194.
- [14] 陈康,许希武,郭树祥. 梯度复合材料应力强度因子 计算的梯度扩展单元法[J]. 复合材料学报,2013,30 (03):168-176.
- [15] POE C C. Fracture Toughness of Fibrous Composite Materials [J]. Fracture Toughness of Fibrous Composite Materials, 1984.
- [16] 在用含缺陷压力容器安全评定:GB/T 19624-2004[S/OL].[2020-01-10].https://max.book118.com/html/2017/0528/109982115.shtm.
- [17] 黄诚, 雷勇军. 大型运载火箭低温复合材料贮箱设 计研究进展[J]. 宇航材料工艺, 2015, 45(02): 1-7.
- [18] 郦正能,张纪奎.飞机结构疲劳和损伤容限设计 [M].北京航空航天大学出版社,2016.
- [19] 李明,马力,吴林志,等.含孔复合材料层压板拉伸 强度研究[J].哈尔滨工业大学学报,2011,43(增刊 1):1-5.
- [20] 王耀先. 复合材料力学与结构设计[M]. 华东理工 大学出版社, 2012.

#### 作者简介

**唐既尧** 男,硕士研究生。主要研究方向:复合材料结构设 计。E-mail: tangjiyao@buaa. edu. cn

关志东 男,教授。主要研究方向:复合材料结构损伤容限 设计。E-mail: zdguan@buaa.edu.cn

# Engineering algorithm of residual strength for cracked composite laminates

TANG Jiyao GUAN Zhidong \*

(School of Aeronautical Science and Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

Abstract: Surface cracks can cause the strength of the composite laminate to decrease. For some critical composite components sensitive to local surface cracks, it is necessary to calculate the residual strength of cracked laminates. The traditional methods to predict the residual strength of laminates are related to the direction of the layup. In this paper, the residual strength of carbon/epoxy laminates with cracks was investigated, and a residual strength prediction method based on the damage morphology was proposed, which was independent of the layup direction. A series of models with cracks of different length and depth was simulated, using cohesive finite elements as prefabricated cracks in the interface. This paper describes the progressive damage process of laminates with surface cracks, and proposes a universal approach to predict the residual strength of cracked laminates. With the parameters of crack geometry and related mechanical property, the residual strength can be easily estimated.

Keywords: composite laminates; residual strength; surface cracks; prediction; engineering algorithm

<sup>\*</sup> Corresponding author. E-mail: zdguan@buaa.edu.cn