

# 基于 A320 飞机横航向 控制律架构的 LQ 设计

## Linear Quadratic Design Based on A320 Lateral and Directional Control Law Architecture

郑晓辉 郭腾飞 余圣晖 / Zheng Xiaohui Guo Tengfei Yu Shenghui

(上海飞机设计研究院,上海 201210)

(Shanghai Aircraft Design and Research Institute, Shanghai 201210, China)

### 摘要:

空客 A320 飞机横航向控制律采用特征结构配置方法计算闭环增益,实现了期望特征值的配置及横航向关键参数之间的解耦。基于 A320 横航向控制律架构,提出使用线性二次型(Linear Quadratic,简称 LQ)方法,对闭环增益进行重新设计。首先根据期望的特征值引入关键参数的频域整形环节,而后通过调整二次型性能指标加权矩阵实现期望特征值的逼近及关键参数之间的解耦,并求得闭环反馈增益,最后在特征结构、稳定裕度和横航向解耦效果方面与空客设计结果作了对比分析。仿真结果表明,LQ 设计可获得与特征结构配置设计相近的结果,即得到接近期望值的特征值,并实现关键变量的解耦,同时保证了闭环稳定裕度。

**关键词:**线性二次型;解耦;特征值;稳定裕度

**中图分类号:**V249.122

**文献标识码:**A

[Abstract] Eigenstructure assignment (EA) technique was utilized to design Airbus A320 lateral and directional control law, which provides advantages regarding to desired closed loop eigenvalue assignment and critical variables decoupling. Using Linear Quadratic (LQ) technique, this paper redesigns close loop gains based on the structure of A320 control law. Firstly, specific frequency shaping functions are incorporated with critical parameters based on the desired eigenvalue. Then performance index are adjusted to approach the desired eigenvalue and decouple the critical variables, and all gains are obtained simultaneously. Finally, the resulted eigenstructure, stability margins and decoupling performance between two axes critical parameters are compared with Airbus design which is based on EA technique. Analysis results show that a similar set of gains and closed loop performance can be obtained with LQ technique, i. e. the resulted eigenvalues are close to the designed ones, critical parameters are decoupled and good stability margins are ensured.

[Key words] linear quadratic (LQ); decoupling; eigenvalue; stability margin

## 0 引言

特征结构配置(eigenstructure assignment,简称 EA)和线性二次型(Linear Quadratic,简称 LQ)是当代民机飞行控制律主流的增益设计方法。

空客 A320 飞机横航向控制律使用 EA 方法设计反馈回路增益以减少飞行控制律设计迭代,提高设计效率<sup>[1]</sup>。EA 方法可充分利用系统的自由度,同时配置期望的特征值和特征向量,使得闭环的特

征根即为期望的特征值,并实现特定参数之间的解耦,如滚转角和侧滑角的解耦控制。然而,研究表明根据该方法计算的增益并不能保证闭环系统的稳定裕度和鲁棒性。

与 EA 方法不同,线性二次型理论已证明,在满足最优解存在的条件下,闭环系统除是渐进稳定的外,理论上还具有至少 60°的相位稳定裕度及无穷大的幅值裕度,即系统具有较好的鲁棒性。20 世纪 70 年代,美国 Boeing 公司采用 LQ 方法对 767 飞机

侧向自动驾驶仪进行重新设计,其性能获得明显改善<sup>[2]</sup>。21世纪初,美国 Gulfstream 公司在基于 G550 平台的飞行控制律预研项目上,增益设计同样采用了 LQ 方法,其成果已应用于 G650<sup>[3]</sup>。

本文将 LQ 方法应用于基于特征结构配置方法设计的空客 A320 的横航向控制律架构,对反馈回路增益进行重新计算,并将两种方法得到的设计结果作了对比分析,包括特征结构、稳定裕度和解耦时域响应,有助于加深理解 LQ 设计的理念,对其在国内工程实际中的应用有借鉴意义。

## 1 基于空客架构的 EA 设计

空客 A320 飞机横航向控制律<sup>[1]</sup>有如下特征,如图 1 所示。

(1) 采用 EA 方法计算反馈回路增益阵 K,通过配置特征结构获得期望的特征根,实现横侧向关键变量(侧滑角和滚转角)的解耦;

(2) 在滚转角小于 33°时,侧杆指令滚转角变化率;

(3) 具有滚转角保护功能,在滚转角大于 33°时,侧杆指令滚转角,最大滚转角指令为 67°;

(4) 脚踏指令侧滑角和滚转角,以获得与传统飞机相似的响应。

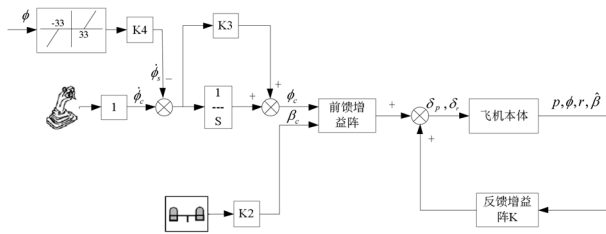


图 1 A320 横航向控制律架构

本文仅研究横航向反馈回路,其它前馈环节设计可见文献[1]。同样以文献[1]中飞行状态为研究对象,本体横航向线性模型为:  $\dot{X}=AX+BU$ , 有:

$$\begin{bmatrix} \dot{p} \\ \dot{\phi} \\ \dot{r} \\ \dot{\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0.6 & -2.5 \\ 1 & 0 & 0.11 & 0 \\ -0.18 & 0 & -0.18 & 0.33 \\ 0.11 & 0.11 & -0.9 & -0.15 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ \phi \\ r \\ \beta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -2.4 & 0.5 \\ 0 & 0 \\ -0.4 & -0.5 \\ 0 & 0.035 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_p \\ \delta_r \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中,  $\delta_p$  为横向输入,可包括副翼和扰流板;

$\delta_r$  为方向舵控制输入;

期望的特征值为:

$$\lambda^d = [-1.4, -0.9, -0.8+0.9j, -0.8-0.9j],$$

分别对应滚转模态、螺旋模态、荷兰滚模态;

期望的特征向量为:

$$\text{滚转模态: } V_1^T = [\times 1 \times 0]$$

$$\text{螺旋模态: } V_2^T = [\times 1 \times 0]$$

$$\text{荷兰滚模态: } V_3^T = [\times 0 \times 1], V_4^T = [\times 0 \times 1]$$

根据文献[1]中的特征结构配置算法,求得反馈增益阵:

$$K = \begin{bmatrix} 0.3957 & 0.4431 & 0.6564 & -1.2281 \\ -0.7221 & -0.4183 & 1.9120 & -1.1656 \end{bmatrix}$$

实际获得的闭环特征值即为期望值,而特征向量为:

$$V = \begin{bmatrix} p & \phi & r & \beta \\ -0.813 & -0.67 & 0.087 & 0.087 \\ 0.582 & 0.742 & 0 & 0 \\ -0.016 & 0.017 & -0.787 & -0.787 \\ 0 & 0 & -0.34-0.5j & -0.34+0.5j \end{bmatrix}$$

## 2 基于空客架构的 LQR 设计

### 2.1 LQR 理论

最优二次型控制 LQR 可以表述为:对于给定的连续线性定常被控对象:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t) \end{aligned} \quad (2)$$

式中,  $x \in R^n$ ,  $u \in R^m$ ,  $A$  为  $n \times n$  维系统矩阵,  $B$  为  $m \times m$  维控制矩阵,  $C$  为  $p \times n$  维输出矩阵。要求选取控制  $u(t)$ , 使下述二次型积分代价函数为最小:

$$J = \frac{1}{2} \int_0^\infty (x^T(t) Q x(t) + u^T(t) R u(t)) dt \quad (3)$$

式中,  $Q, R$  分别为相应维数的半正定和正定的加权矩阵。依最优二次型理论,可得到最优控制  $u(t)$  是系统状态的线性组合:

$$u(t) = Kx(t) \quad (4)$$

式中,  $K$  为状态反馈增益矩阵:

$$K = -R^{-1} B P \quad (5)$$

式中,  $P$  为正定对称矩阵,是下述代数 Riccati 方程的解:

$$P A + A^T P - P B R^{-1} B P + Q = 0 \quad (6)$$

闭环系统状态方程为:

$$\dot{x}(t) = (A - BK)x(t) \quad (7)$$

## 2.2 基于空客架构的 LQ 设计

### (1) 选取控制变量

由于横航向通道有副翼和方向舵两个独立的控制通道,故可构造出两个控制变量。考虑空客架构的设计目标为实现 $\beta$ 和 $\phi$ 的解耦,即从非零状态恢复时实现侧滑角和滚转角响应的独立,因此选择 $\beta$ 和 $\phi$ 为控制变量。

### (2) 构造频域整形环节

由空客期望的特征结构可知,需配置期望的滚转模态、螺旋模态及荷兰滚模态的特征值及特征向量。而通过合理的调节加权阵,LQ方法求得的增益可使闭环的特征值跟踪开环的零点<sup>[4]</sup>,因此,配置开环系统的零点是设计的关键。本文根据空客期望的特征值,配置开环零点如下:

$$z^d = [-1.4, -0.9, -0.8+0.9j, -0.8-0.9j]$$

性能指标可确定为: $y_\phi = \ddot{\phi} + 2.3\dot{\phi} + 1.26\phi$ ,

$$y_\beta = \ddot{\beta} + 1.6\dot{\beta} + 1.45\beta$$

LQ方法频域整形环节如图2所示。

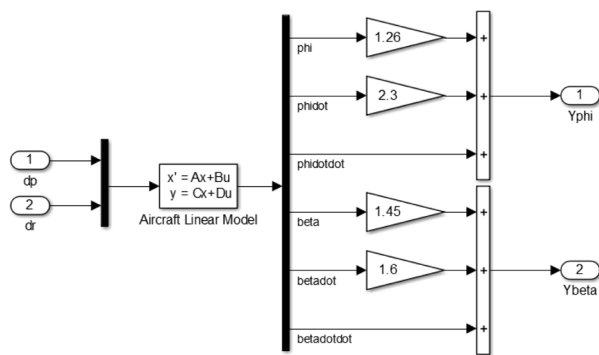


图2 LQ方法频域整形环节

### (3) 调整加权阵计算闭环增益

初始性能加权阵选定为  $Q = [1 \ 0; 0 \ 1]$ ,  $R = [1 \ 0; 0 \ 1]$ ,得到闭环特征值为:

$$[-1.35, -0.84, -0.51+0.85j, -0.51-0.85j]$$

其中,荷兰滚与期望值相差较大,调整加权阵  $Q = [10 \ 000 \ 0; 0 \ 10]$ ,  $R = [1 \ 0; 0 \ 1]$ 使得最终求得的闭环特征值为:

$$[-1.4, -0.89, -0.77+0.87j, -0.77-0.87j]$$

上述特征值已接近期望值,此时求得反馈增益如表1所示。

表1 反馈增益阵对比

|    |  |
|----|--|
| EA | $K = \begin{bmatrix} 0.3957 & 0.4431 & 0.6564 & -1.2281 \\ -0.7221 & -0.4183 & 1.9120 & -1.1656 \end{bmatrix}$ |
| LQ | $K = \begin{bmatrix} 0.4034 & 0.4460 & 0.6619 & -1.1775 \\ -0.6481 & -0.3640 & 1.8016 & -0.9849 \end{bmatrix}$ |

## 3 结果对比分析

### 3.1 反馈增益及实际特征结构对比

通过设定LQ方法的性能指标并调整加权阵,使其与特征结构配置方法具有相近的期望特征根,两种方法求得的闭环增益误差均在16%以内。

实际获得的特征结构对比如表2和表3所示。

表2 实际特征值对比

|    |   |
|----|---|
| EA | $\lambda = [-1.4, -0.9, -0.8+0.9j, -0.8-0.9j]$      |
| LQ | $\lambda = [-1.4, -0.89, -0.77+0.87j, -0.77-0.87j]$ |

表3 实际特征向量对比

|    |   |
|----|---|
| EA | $V = \begin{bmatrix} p & \phi & r & \beta \\ -0.813 & -0.67 & 0.087 & 0.087 \\ 0.582 & 0.742 & 0 & 0 \\ -0.016 & 0.017 & -0.787 & -0.787 \\ 0 & 0 & -0.34-0.5j & -0.34+0.5j \end{bmatrix}$  |
| LQ | $V = \begin{bmatrix} p & \phi & r & \beta \\ -0.812 & -0.667 & 0.081+0.016j & 0.081-0.016j \\ 0.583 & 0.745 & 0.013-0.006j & 0.013+0.006j \\ -0.033 & 0.011 & -0.775 & -0.775 \\ -0.011 & -0.007 & -0.347-0.522j & -0.347-0.522j \end{bmatrix}$ |

可以看出,采用LQ设计同样实现了期望的特征结构近似配置,横航向滚转角和侧滑角实现了近似解耦。

### 3.2 稳定裕度对比

作动器处和传感器处对应的闭环稳定裕度如图3和图4所示。

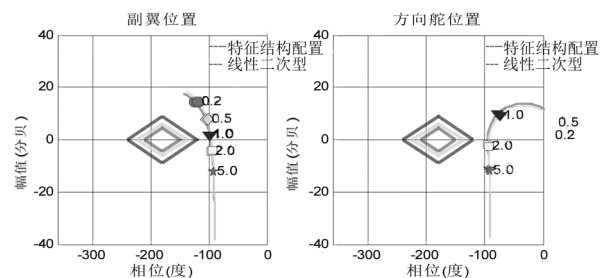


图3 作动器处的稳定裕度对比

由图可知,在本文研究的飞行状态下,采用LQ设计得到的闭环稳定裕度与特征结构配置方法的稳定裕度相近。考虑到LQ方法的特点,可以预期其设计结果均有较好的稳定裕度。

### 3.3 解耦时域响应对比

分别给定滚转角初值为 $1^\circ$ 及侧滑角初值为 $1^\circ$ 的恢复响应,两种方法的对比结果如图5和图6所示。可以看出,LQ的设计同样获得了满意的滚转角与侧滑角解耦的效果。

(下转第82页)

要求。此外,试飞规划整体功能强大,但是横向调整能力有待进一步提升。

参考文献:

[1] 周自全. 飞行试验工程[M]. 第1版. 北京:航空工业出

版社,2012.

[2] 王维翰. 民用飞机飞行试验特点[J]. 民用飞机设计与研究,2006,2:1.

[3] 蒋佩瑛. 国外民用飞机的飞行试验[M]. 第1版. 北京:航空工业出版社,1989.

(上接第17页)

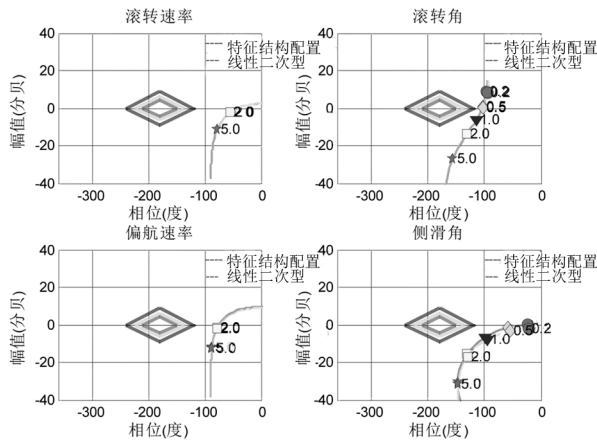


图4 传感器处的稳定裕度对比

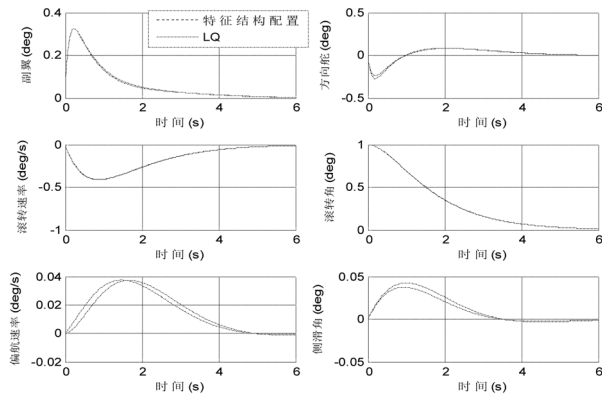


图5 滚转角初值为1°的响应

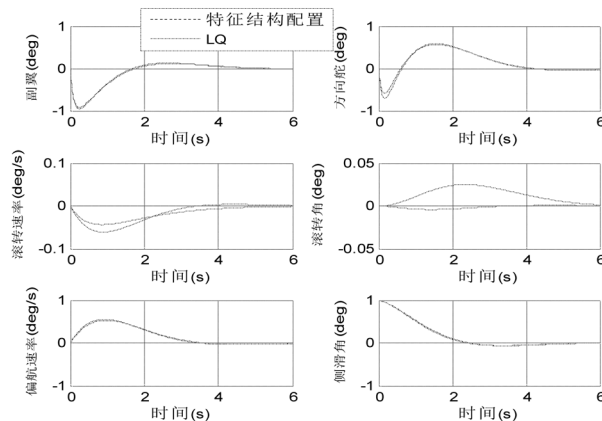


图6 侧滑角初值为1°的响应

4 结论

分析和仿真结果表明,在期望特征结构确定的条件下,基于 A320 横航向控制律架构的 LQ 设计同样实现了相同的设计目标:即闭环实际特征结构接近期望特征结构,实现横航向的近似解耦。由于 LQ 方法本身的特点,还提供了闭环系统有稳定裕度的良好保证。

尽管在实际工程应用过程中还必须考虑其它环节(如作动器、滤波器和传感器等)和更多的设计准则、要求或约束,在充分理解被控对象和设计要求的基础上,实践已经证明按照 EA 方法或本文中描述的 LQ 方法设计飞行控制律都是切实可行的。

参考文献:

[1] Farjeau, J. Lateral electric flight control laws of a civil aircraft based upon eigenstructure assignment techniques[R]. Proceedings of the AIAA Guidance, navigation and control conference. August 14-16, 1989, Boston MA.

[2] Gangsaas, D., Bruce, K. R., Blight, J. D., Ly, U.-L.: 1986, Applications of modern synthesis to aircraft control: three case studies. IEEE Transactions on Automatic Control, 31:995-1014.

[3] Gangsaas, D., Hodgkinson, J., Multidisciplinary control law design and flight test demonstration on a business jet, AIAA, 2008.

[4] Kwakernaak, H., Silvan, R., Linear optimal control systems. Wiley-Interscience, New York, 1972.

[5] Tom Berger, Mark Tischler. Longitudinal control law design and handling qualities optimization for a business jet flight control system. AIAA, 2012.