

# 紧固件柔度系数研究

唐兆田

(上海飞机设计研究院强度设计研究部,上海 200232)

Investigation of Fastener Flexibility

Tang Zhaotian

(Stress Department, Shanghai Aircraft Design and Research Institute, Shanghai 200232)

**摘要:**在飞行器结构中普遍采用紧固件进行结构连接,紧固件的柔度系数是分析紧固件连接细节部位疲劳强度的重要参数。通常,确定紧固件柔度系数的方法多基于试验,但是这需要做大量的试验,耗费巨大。因此希望通过理论方法对紧固件柔度系数进行研究,获得新的计算紧固件柔度系数的方法,以达到减少试验和节省时间的目的。运用材料力学和弹性理论知识,推导出了计算紧固件柔度系数的公式,将此方法和某知名航空企业及NACA报告NACA\_TN\_1051比较后得出结论,该方法不但计算结果与它们符合得较好,而且对影响因素的考虑更加全面,该方法对于计算紧固件柔度系数具有一定的使用价值。

**关键词:**疲劳分析;柔度系数;紧固件

**【Abstract】** Fastener is popularly used joint metal structure in aircraft. The flexibility of fastener is very important to analyze structure detail fatigue strength. Usually, many methods of fastener flexibility are all based on test. Lots of test should be taken and it would cost much. Study fastener flexibility by theory and get a method which can calculate fastener flexibility. In other words, this paper wants to find a method to instead of tests and time as more as possible. A formula which calculates fastener flexibility was found by using materiel mechanics and elastic mechanics. By comparing the method of this paper with the method which is from a famous aviation corporation or NACA report NACA\_TN\_1051, it proves that the method of this paper is consistent with them. And the method of this paper has considered more influence factors. So the method of this paper is useful in practice.

**【Keywords】** Fatigue Analysis; Fastener Flexibility; Fastener

## 0 引言

在飞行器结构中采用紧固件进行结构连接较为普遍,在对紧固件连接进行疲劳强度分析时,紧固件的柔度系数是计算所传递载荷的必要参数。在进行疲劳分析和损伤容限分析时,大多数分析都需要计算端部一排紧固件(需要说明的是,本文中紧固件仅指铆钉或紧配合螺栓)所传递的载荷与总载荷的比值。目前我们使用的计算第一排紧固件所传递载荷的方法有两种:①根据工程公式、查曲线图;②解析法。以上两种方法均依赖于紧固件、带板和基板的柔度系数。因为分析时接触到的板件结构形式通常比较规则,所以确定基板和带板的柔度系数相对容易(这里所指的板的柔度系数实际上是指板的等效柔度系数),那么紧固件的柔度系数就成为唯一影响端部一排紧固件所传递的载荷计算精度的重要参数。

根据对相关资料的查阅,目前国内外所常用的计算紧固件柔度系数的方法主要来自:①工程经验公式,其不利于进行精确计算;②试验数据的拟合,该方法需要实施大量的试验。本文从理论推导的角度对紧固件柔度系数进行研究,以希望获得有一定

应用价值的计算方法。

## 1 影响紧固件柔度系数计算的一些因素

影响紧固件柔度系数计算的因素主要有:紧固件的几何尺寸、紧固件材料的刚度、基板和带板的几何尺寸、基板和带板材料的刚度。

在实际结构中紧固件直径与有效长度之比  $d/l = 1 \sim 2$ , 可以视为非常“粗短”的梁,剪应力对其变形的影响很大。实际应用中紧固件及其孔边附近的变形状态和应力状态极其复杂,难以用简单的数学表达式加以描述。为了找到可以计算紧固件传递载荷的方法,需要做以下假设<sup>[1]</sup>:

(1) 结构任何部位的变形都完全处于线弹性范围内;

(2) 忽略摩擦力和装配应力的影响,紧固件均有效传递载荷;

(3) 所有板均处于平面应力状态,只承受平面内正应力和剪应力。

## 2 本文提出的计算柔度系数的方法

本文尝试着从理论推导的角度提出计算紧固件

柔度系数的方法,为了简化推导和计算过程,提出以下前提条件:

(1) 挤压应力沿厚度方向均匀分布,如图 1 所示。

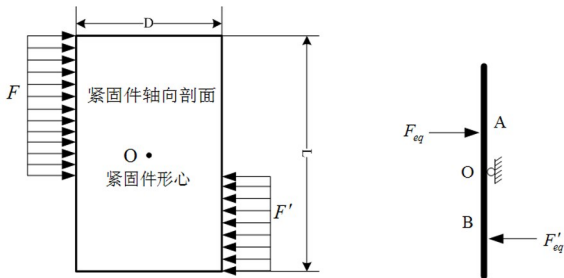


图 1 紧固件卸载及约束示意图

(2) 紧固件轴线始终与板平面法向平行。

基于上一节中的假设,本文认为在紧固件形心处受简支约束,如图 1 所示,但是弯矩在形心处平衡,即  $M_0 = 0$ 。

柔度系数的基本公式为  $C = \frac{\Delta}{F}$ , 本文认为计算

紧固件柔度系数的变形量至少应包括:

$$\Delta = \Delta_{\text{bend}} + \Delta_{\text{shear}} + \Delta'$$

式中:  $\Delta_{\text{bend}}$  为弯矩引起的变形,  $\Delta_{\text{shear}}$  为剪应力引起的变形,  $\Delta'$  为侧向位移。

以下推导以单剪搭接连接形式为例。

对于  $\Delta_{\text{bend}}$  和  $\Delta_{\text{shear}}$  的计算应该基于铁木辛柯梁理论<sup>[1]</sup>, 推导过程如下。

$$\Delta_{\text{bend}} + \Delta_{\text{shear}} = \int \frac{M_U M_L dx}{EI} + \int \frac{K_1 Q_U Q_L dx}{GA} = \frac{FL^4}{8EI} + \frac{5FL^2}{9GA} \quad (1)$$

式中: 下标 U 表示由单位载荷产生, 下标 L 表示由真实载荷产生。

(3) 转化模型以便于进行理论分析, 如图 2 所示。

根据弹性力学知识<sup>[3,4]</sup>可知:

$$\begin{cases} \sigma_r = 2A \frac{\cos \theta}{r} & (r \geq d/2) \\ \sigma_\theta = \tau_{r\theta} = 0 \end{cases}$$

令作用在半径为  $r$  的半圆上的应力的合力等于  $P$ , 那么可以解出常数  $A$ , 即:

$$\sigma_z = \frac{8P}{\pi^2 dt} \left(\frac{d}{2}\right)^3 \left\{ \frac{x - \frac{d}{2}}{\left[x^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2\right]^{3/2}} + \frac{\arctan \frac{x - \frac{d}{2}}{z}}{2z^3} - \frac{x + \frac{d}{2}}{2z^2 \left[\left(x + \frac{d}{2}\right)^2 + z^2\right]} - \frac{\arctan \frac{x + \frac{d}{2}}{z}}{2z^3} \right\} \quad (7)$$

$$-P = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sigma_r \cos \theta \cdot r d\theta = 2 \int_0^{\pi/2} A \cos^2 \theta d\theta = A\pi$$

$$\text{解得: } \sigma_r = -\frac{2P \cos \theta}{\pi r} \quad (2)$$

令  $r = d/2$ ,  $d$  为紧固件直径。可以获得 BCB' 条带(如图 3 所示)上的挤压应力的分布:

$$\sigma_r = -\frac{4P \cos \theta}{\pi d} = -\frac{4P}{\pi d} \frac{z}{\sqrt{x^2 + z^2}}$$

由于对称性且根据实际应用的需要, 不考虑  $\sigma_r$  在  $x$  轴方向上的分量。

$$\sigma_z = \sigma_r \cos^2 \theta = -\frac{4P}{\pi d} \frac{z^3}{(x^2 + z^2)^{3/2}} \quad (3)$$

在  $C$  点处取一平面平行于  $x$  轴和  $y$  轴, 则 BCB' 在该平面上的投影即为图 3 中的阴影部分。由(2)、(3)式可知,  $C$  点处  $\sigma_r$ 、 $\sigma_z$  最大, 且  $\sigma_{z\text{max}} = \sigma_{r\text{max}}$ ,  $\sigma_z$  的分布规律如图 3 所示。

由于上述公式推导时取单位厚度, 故厚度为  $t$  时:

$$\sigma_z = -\frac{4P}{\pi dt} \frac{z^3}{(x^2 + z^2)^{3/2}} \quad (4)$$

取微元  $ds$  为研究对象, 作用的力为:

$$P(s) t ds = -\frac{4P}{\pi dt} \frac{z^3}{(x^2 + z^2)^{3/2}} t ds = -\frac{4P}{\pi d} \frac{z'^3}{(x^2 + z'^2)^{3/2}} ds \quad (5)$$

说明: 上式中  $z'$  对应于图 3 中投影条带位置的  $z$  轴坐标值, 为了不发生混淆, 将  $z$  替换为  $z'$ 。根据参考资料[2], 由公式(4)、(5)得微元  $ds$  上的力在  $z$  轴方向上产生的应力为:

$$d(\sigma_z) = -\frac{2}{\pi} \frac{z^3}{[(x-s)^2 + z^2]^2} \cdot \frac{4P}{\pi d} \frac{z'^3}{(x^2 + z'^2)^{3/2}} ds$$

在  $[-d/2, d/2]$  上对  $s$  积分, 得  $P(s)$  在  $z$  轴方向上产生的应力为:

$$\sigma_z = \int_{-d/2}^{d/2} -\frac{2}{\pi t} \frac{z^3}{[(x-s)^2 + z^2]^2} \cdot \frac{4P}{\pi d} \frac{z'^3}{(x^2 + z'^2)^{3/2}} ds \quad (6)$$

根据图 3 所示,  $P(s)$  是作用在阴影部分的力, 则令  $z' = d/2$ , 那么:

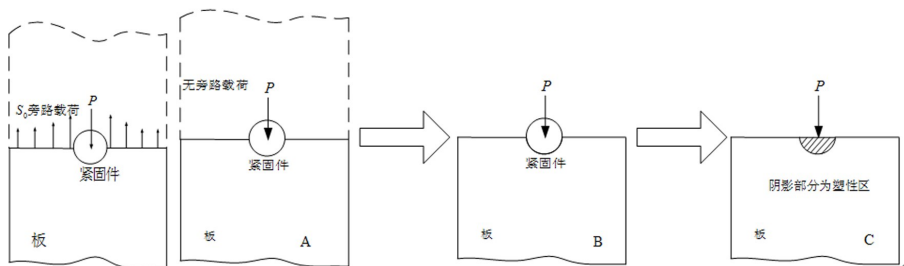


图2 模型简化示意图

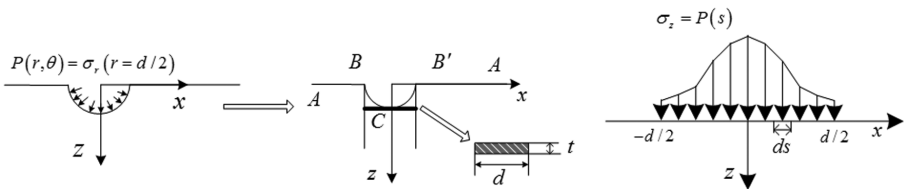


图3 挤压应力转化处理示意图

根据(7)式进行计算  $\frac{x}{d/2} > 1.15$  时, 应力  $\sigma_z$  沿

$x$  轴的分布趋于均匀, 那么计算侧向位移  $\Delta'$  时紧固件载荷在板上的有效影响区宽度为  $W = 1.3d$ ,  $S$  为紧固件间距, 如图4所示。

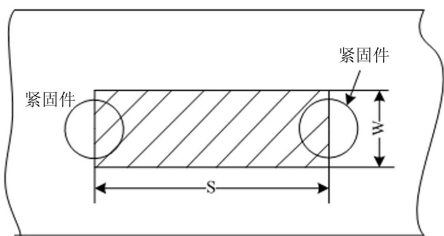


图4 有效影响区示意图

容易得到:

$$\Delta' = \frac{P(S-d)}{E_{plate} W t} = \frac{F t (S-d)}{E_{plate} W t} = \frac{F(S-d)}{1.3 E_{plate} d}$$

对于单面搭接形式总变形量应为:

$$\Delta_{e+e'} = \Delta_e + \Delta_{e'} = (\Delta_{bend e} + \Delta_{shear e} + \Delta'_e) + (\Delta_{bend e'} + \Delta_{shear e'} + \Delta'_{e'})$$

对于厚度为  $e$  的板取  $L = e$ ,  $P = Fe$ , 对于厚度为  $e'$  的板,  $P = F'e'$ , 则:

$$C = \frac{\Delta_e}{Fe} + \frac{\Delta_{e'}}{F'e'} = C_e + C_{e'} = \frac{1}{2\pi} \left[ \frac{\left(\frac{e}{d}\right)^4}{e E_{fastener}} + \frac{\left(\frac{e'}{d}\right)^4}{e' E_{fastener}} \right] + \frac{10(1+\nu)}{9\pi} \left[ \frac{\left(\frac{e}{d}\right)^2}{e E_{fastener}} + \frac{\left(\frac{e'}{d}\right)^2}{e' E_{fastener}} \right] + \frac{(S-d)(e E_{plate-e} + e' E_{plate-e'})}{1.3 d e E_{plate-e} e' E_{plate-e'}} \quad (8)$$

### 3 结论

将本文提供的方法与某知名航空企业及 NACA 报告提出的计算紧固件柔度系数的方法进行比较, 因为它们的方法已得到了大量试验和工程应用的检验。某知名航空企业提出的计算紧固件柔度系数的公式<sup>[3]</sup>:

$$C = \frac{2\left(\frac{e}{d}\right)^{0.85}}{e} \left( \frac{1}{E_1} + \frac{3}{8E_{fastener}} \right) + \frac{2\left(\frac{e'}{d}\right)^{0.85}}{e'} \left( \frac{1}{E_2} + \frac{3}{8E_{fastener}} \right) \quad (12)$$

NACA 提出的计算紧固件柔度系数的公式<sup>[5]</sup>:

$$C = \frac{2}{e_p E_{bb}} \left\{ \frac{4}{3\pi} \left( \frac{e_p}{d} \right)^2 \left[ k_1 + \frac{5}{4} \left( \frac{e_p}{d} \right)^2 \right] + 2k_2 + k_3 + k_4 \right\} \quad (13)$$

式中:  $k_1 = \frac{E_{bb}}{G_b}$ ,  $k_2 = \frac{E_{bb}}{E_b}$ ,  $k_3 = \frac{E_{bb}}{E_s}$ ,  $k_4 = \frac{E_{bb}}{E_p}$ , 下标 b 表示紧固件, p 表示基板, s 表示带板, bb 表示紧固件弯曲, br 表示挤压。

对比以上二种计算柔度系数方法的计算结果, 如图5、图6所示。

由图5、图6可知, 本文方法的计算结果的变化趋势非常接近该知名航空企业以及 NACA 报告提出的方法, 数值上也很接近该知名航空企业提出方法的计算结果, 由此说明本文提出的方法在疲劳分析中有一定的价值。

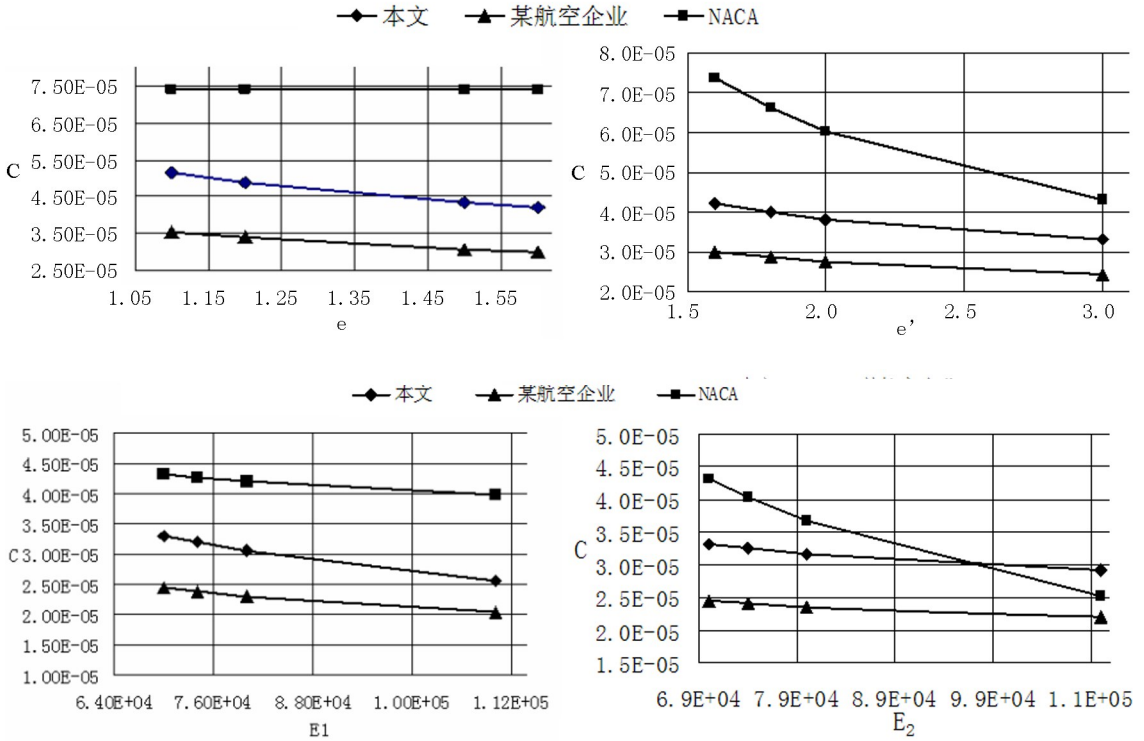


图5 三种方法计算紧固件柔度系数的比较(板参数变化)

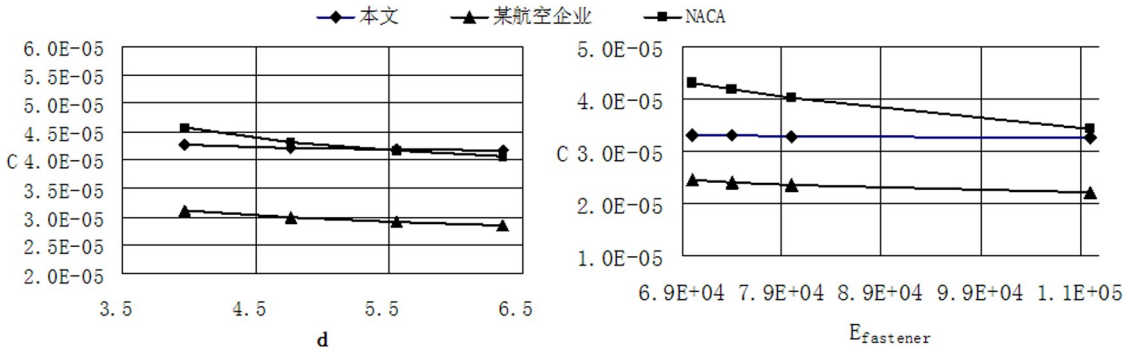


图6 三种方法计算紧固件柔度系数的比较(紧固件参数变化)

参考文献:

[1] S. 铁木辛柯, J. 盖尔. 材料力学[M], 科学出版社, 562.  
 [2] K. L. Johnson 著, 徐秉业等译. 接触力学[M]. 高等教育出版社, 16-19.  
 [3] Geoff Morris. Defining a standard formula and test-method for fastener flexibility in lap-joints[J]. DELFT AEROSPACE, FACULTY of AEROSPACE ENGINEERING, April 19, 2003-4090.  
 [9] Oyama A., Liou M. S., Obayashi S. High-Fidelity swept and leaned rotor blade design optimization using evolutionary algorithm[C]. AIAA-2003-4091.  
 [10] Benini E. Three-Dimensional Multi-Objective Design Optimization of a Transonic Compressor Rotor[C], AIAA-

2004, 11.  
 [4] 徐芝纶, 弹性力学简明教程[M], 第二版, 高等教育出版社, 63-65.  
 [5] Manford B, Tate, Samuel J. Rosenfeld. Preliminary Investigation of the Loads Carried by Individual Bolts in Bolted Joints[R], NACA Technical Note No. 1051, Washington, NA-CA, May 1946.  
 [11] Jang M. Genetic algorithm based design of transonic airfoils using Euler equations[R]. AIAA2005-1584.  
 [12] Terry L. Aerodynamic shape optimization using a real-number-encoded genetic algorithm[R]. AIAA2001-2473.  
 [13] 周明, 孙树栋. 遗传算法原理及应用[M]. 北京: 国防工业出版社, 2001.

(上接第19页)

及应用[M]. 北京: 北京理工大学出版社, 1990.